

序

是什麼造成我們的孩子怕數學，甚至恨數學？是教育的問題還是社會問題？數學真的那麼的無趣可怕嗎？大家都知道數學在科學上及工程上的重要，如果我們的孩子只是數學成績不好，但不怕數學也愛數學，相信我們是有希望的，反之我們的孩子數學成績不好，怕數學也恨數學，那就比較麻煩了。

大部分的數學課本都是理論或是計算導向，學生不是迷失在定理的推導中，就是在繁複的計算中受挫。由此看來，仍然有很多事情我們可以嘗試。譬如我很喜歡用情境學習的方式，以故事為導向，隨著故事的發展，讓一些艱深的定理和邏輯做置入性的行銷。

我的專長是圖形理論，如何把圖形理論比較完整的介紹給讀者，正是我寫這本書的目的。為什麼以動物園做為故事背景呢？很簡單！動物園中的一個景點，猶如對應一台電腦，連接兩個景點的邊，就是電腦間的連線，於是整座動物園就對應了一個網路或是一個圖形。

在書中有很多「漢米爾頓圈」的問題，也就是有一個圓圈包含所有景點，使得每一個景點（除了出發點和結束點外）只出現一次。這個問題是網路管理上很重要的問題。現今我們已走入雲端的時代，資源的共享是必然的，因此類似的理論研究，將在未來被廣泛的應用。

試想：在網路上兩台以上的電腦都想使用印表機，請問印表機到底要聽哪一台電腦發出的指令、印出所要列印的東西？（請你停在這兒多想一會，網路上沒有班長，每台電腦都一樣重要。）

解決上面這個問題的方法，來自於一個小朋友常玩的遊戲：一群小朋友圍成一個圓圈，一面唱歌一面傳毛巾，歌聲停止時手上拿著毛巾的人，就要被處罰唱一首歌。應用於網路上，一個小指令在漢米爾頓圈上依次傳遞，任何電腦只要取得這個小指令，就可以使用印表機。如何在遊戲中享受學習、激發創意，是我多年來努力的方向。

書中的「教授」就是我囉，而「小銘」和「小庭」就是圍繞在我四周的學生們，這本書的內容全都是經過他們通俗化的成果。交大的學生當中不乏天才橫溢、自信十足的學生，但也有一些學生年紀比我都大，以在職進修的方式完成學業，他們的努力非常令人敬佩。本書中有很多研究成果都有林政寬貢獻其中，政寬五專畢業後仍舊努力不懈的進修，在獲得博士學位的同時，他先後發表了三十多篇相關的論文。我和政寬將這些成果彙編成一本研究所的教科書，於 2008 年由 CRC Press 出版。

蔡銘是我在靜宜大學教書第一年的學生，大二時他表示願意接受不一樣的挑戰，我鼓勵他參與程式競賽並指導他看論文，也將本書的初稿做為他的畢業專題，做簡單的遊戲軟體。同時請他將本書的原稿重新整理，以他能懂的文字呈現，他對本書的通俗化有很大的貢獻。蔡銘前後花了將近兩年的時間整理本書，因為他在整理的同時也對我所提出的一些問題感到興趣，不斷的與我討論，所以在這期間我們陸續發表了四

篇研究成果於國際期刊，其中部分的研究成果也彙編於本書當中。目前他是交通大學資訊學院碩士班的學生。

另外要謝謝李國偉教授，由於他的鼓勵，使我能躋身為作家。謝謝許德標教授，由於他的鼓勵，我從嚴謹的圖形理論跨足到互連網路，使我的研究領域擴大。謝謝余芳庭小姐為本書提供了許多精美的圖。

更要謝謝交通大學的譚建民教授，以及計算機理論研究室的研究伙伴們：許德標、宋定懿、高欣欣、莊豔珠、梁婷、汪世義、何東洋、林孟炎、張榮正、洪春男、周銳行、張劍平、陳秋媛、許志堅、蔡正雄、張仲浩、王振仲、黃文增、李增奎、陳玉專、許弘駿、楊明堅、賴寶蓮、林政寬、滕元翔、孫召明、施倫閔、龔自良、徐國晃、江玠峰、石園鋼；還有葉永南教授、黃華民教授、劉樹忠教授、黃柏嶧教授、阮夙姿教授、賴泳伶教授與陳宏昌教授等。你們的參與，使動物園的內容更豐富，同時也使我享受了上帝賜給我們的每一天。

1 園區巡視

小銘是一個喜歡聽故事並充滿想像力的孩子，天真活潑喜歡玩耍的他，除了他最害怕的數學課之外，一直是教室內的歡笑來源。他總是不能理解數學老師在黑板上寫的那些公式到底代表什麼意思，只好逐一的將所有符號與數字全數記在腦海中，但這麼一來，每當他遇到稍微有變化的題目，就不知該從何下手，只能胡亂寫一通。

下課的鐘聲響起，小銘沮喪的看著畫滿紅色字跡的數學考卷。他思考著，自己是不是比其他同學還笨，為什麼總是拿不到好的成績呢？一旁的數學老師告訴小銘，數學不能完全用背的，而是要去理解，才會有較好的學習成效。話一說完，老師拿給小銘一張顏色鮮豔的傳單。「好好的體驗一下吧！」老師留下這句話後就離開了教室。

依循著傳單上的指示，小銘穿過許多從未走過的小路，來到了一道巨大的鐵門

前，上頭掛著大大的招牌。鐵門下方的收票口有一位中年人，留著八字鬚，一身藍色西裝。中年人看到拿著傳單的小銘，便招了招手，把他叫來自己的身旁。雖然知道不能隨便聽從陌生人的話，但中年人似乎有種魔力，讓小銘不自覺的被吸引過去。



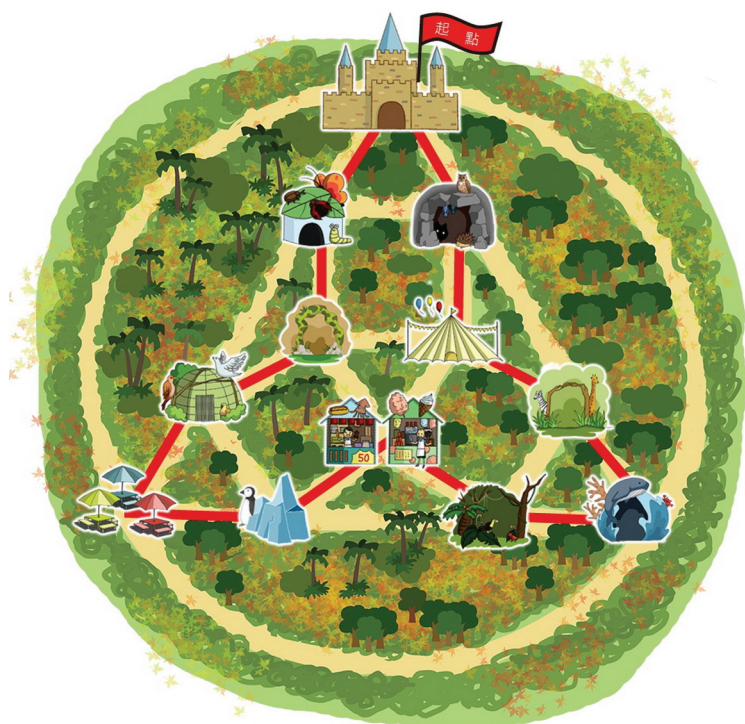
「小朋友你好，我是這座動物園的園長。我現在有一個很大的困擾，你願意幫叔叔想想看嗎？」園長說完，就拿出了一張地圖。



「每天早上，我都得從售票口出發，巡視園區內的所有區域，確保一切都已經準備好以後，我才能回到收票口開放大家入場。」園長抓了抓頭。「不過因為我很懶惰，實在不喜歡花時間重複走過已經巡視過的區域。你有辦法解決我的困擾嗎？」



「既然如此，那你只要找到一條除了起點以外，不會重複經過相同區域的路線就可以了嘛。」小銘左思右想後得到了這樣的答案。「我畫給你看看喔。」



「哈哈，這樣太完美了！小弟弟，你真厲害呢。」看完了小銘所畫的路線，園長感到非常滿意。「今天已經休息了，你放假的時候再來吧，動物園裡面的朋友也有很多困擾需要你的幫助呢。」

小銘還來不及問清楚這座動物園的事情，園長就開心的拿著小銘所畫的巡視路線轉身離去，只留下他一臉訝異望著動物園的大門。回到家後，小銘的腦海中不停回想起園長所煩惱的問題，他發現自己對這樣的問題有非常高的興趣，整晚都期待著週末的到來。



小銘為動物園園長所設計的路線，只有這一種嗎？你能不能找出更多這樣的路線呢？

2 防範入侵的鳥兒

令人期待的週末來到，小銘起了個大早，便來到動物園的大門前。等在門口的依然是幾天前見到的園長，他用熱情的口吻歡迎小銘的到來，而且為了感謝他那天的幫助，今日免費帶他參觀動物園，不過條件是：希望小銘能幫他一起解決園內的種種問題。

他們的第一站是鳥園，裡頭根據不同品種與棲地，又分成了 12 個不同的景點。正當小銘為四周五顏六色的鳥群感到興奮不已時，他觀察到不遠處有一群黑色的鳥在空中盤旋，彷彿在巡邏一般。看到小銘一臉疑惑，園長便拿出了一張地圖。



「小朋友，這張是鳥園的地圖。目前我們正遇到了一些困擾，想要請你動動頭腦，看看有沒有什麼方法解決。」





「咦？這不就跟動物園的地圖一樣嗎？」小銘驚訝的說道。



「沒錯，動物園的設計人，在一開始就為園區內的所有區域使用相同的景點與道路設計。不過，你也看到地圖上的其中一段道路畫上了路障吧？那是因為那段道路上有一群警戒心非常高的鳥類，要是遊客走過那條路，牠們就會開始攻擊遊客。」園長無奈的搖了搖頭。「但是我不希望趕走牠們，因此一直在尋找解決的方法。」



「嗯……如果說規劃一條像下面這樣的路線呢？」



「如果讓遊客依照這樣的路線走，不但不會重複經過所有景點並回到出發點，又可避開那條道路，不是很完美嗎？」

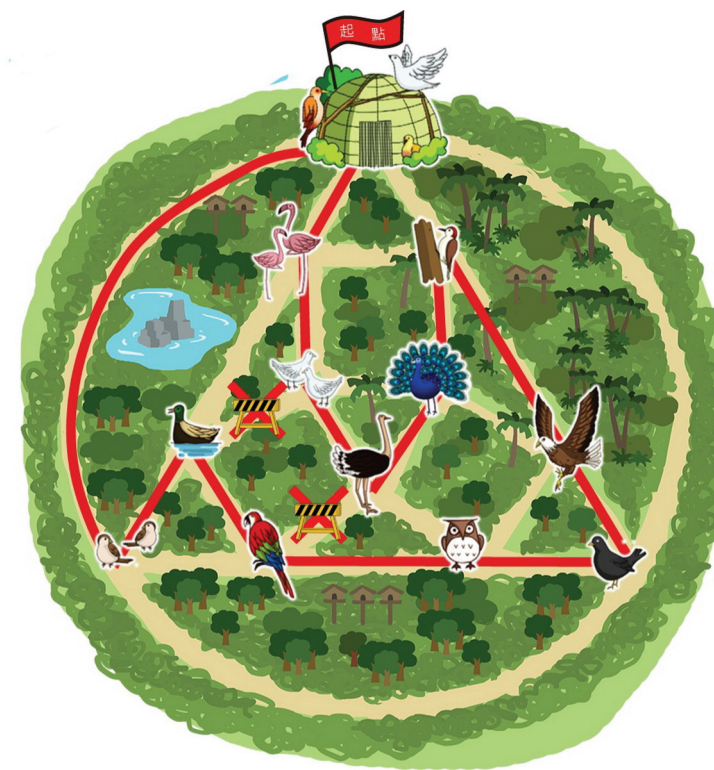
園長仔細的檢查後，雖然知道這樣能解決眼前的問題，但還是不放心。



「可是我擔心，要是有一天有另外的鳥群，也跟牠們一樣建立起了警戒區的話，這條路線不就沒辦法了嗎？」園長在地圖上的某條路上畫了路障。「比如說這樣的情況呢？」



「這沒問題。」小銘迅速的在地圖上畫下了新的路線。





「那意思是說，就算我們有很多條道路因鳥群而需警戒，也都一定可以找到像這樣的路線嗎？」



「嗯……」小銘認真的思考了許久。「不一定都找得到。比方說，在這個鳥園裡，如果某個景點的四周只剩下一條可以走，那就不可能了。譬如像下面這種情況。」



「在這樣的情況下，因為那個景點就只剩下一條路可以通行，所以當遊客走到那個景點後，就只能走相同的路離開景點。因此不可能會有一條路線是不重複的。」



「哈哈，還真是學到不少呢。小朋友你看，就連老鷹都非常佩服你的聰明呢。」園長開心的說道。「既然問題解決了，那讓我與老鷹好好的帶你參觀一下這美麗的鳥園吧。」

動動腦

故事中的鳥園，在特定一條或兩條路線被視為警戒區的情況下，小銘都有辦法找出一條不會重複經過景點、並可回到出發點的路線。那是偶然嗎？若任意選兩條道路為鳥群的警戒道路，其實還是有答案的，你要不要試試看呢？