

在最極端的情形下，也就是人頭和字會輪流出現，所以前一次向上移、這次就向下移，反之亦然；如此一來，過了九步之後，移動的距離只有1，這時 t^a 的 $a = 0$ ，因為任何一個數的0次方都是1。

於是，我們找到了一個方法，可來描述一個產出時間序列的秩序（或無序）：先計算出特定步數之後移動的大致距離，然後代入 t^a 這個式子，最後會得到特定的 a 值。為了計算方便，有些科學家另外定義了一個 D 值，讓 $a = 1/D$ ，這樣一來， $a = 0.5$ 時、 $D = 2$ （因為 $0.5 = 1/2$ ），而 $a = 1$ 時、 $D = 1$ 。

此外，由於這是以統計的方式來描述產出時間序列的有序程度，我們可以將最後得到的數值 D （或說是 $1/a$ ）稱為統計維度——在 a 值介於0.5到1之間的時候，維度 D 在2到1之間。如前面所見，由於1到2之間的任何一個數都是分數，我們就可將這個維度視為分數維度，換言之，產出時間序列的 D 值只要為分數，就會形成碎形。

醉漢走路的方式竟會和碎形扯在一起？要理解這一點，可以從最後的產出時間序列所形成的形狀來著手。圖3.3顯示的形狀，正是我們前面所討論的典型： $a = 0.5$ 、 $a = 0.74$ ，以及 $a = 1$ 。

這裡所顯示的三幅圖中，最像真實山稜或海岸線的，就是 $a = 0.74$ 的那一幅，不會太過扭曲、也不會太過平滑，相對來說， $a = 0.5$ 就太過扭曲，而 $a = 1$ 又太過平滑。如果換一種說法，可以說 $a = 0.5$ 、也就是 $D = 2$ 所對應的產出時間序列太過

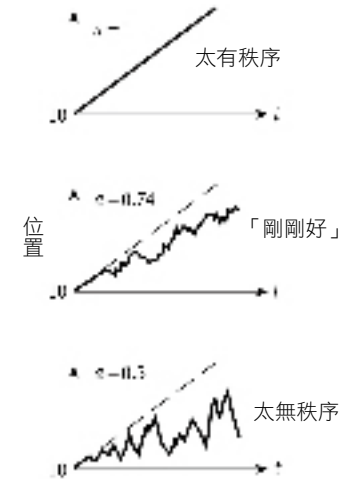


圖3.3 不太整齊，也不會太亂，而是剛剛好。真實生活中，我們看到的大部分形狀都不會太平滑（也就是太有秩序），也不會太過扭曲不平（也就是太無秩序）；用術語來說，這種形狀就是碎形。

無秩序（或說太過隨機），不符合真實的山稜或海岸線的形貌；至於 $a = 1$ 、也就是 $D = 1$ 的情形，則又太過有秩序（或說太有系統、太過決定性了）。

3.5 音樂才是王道

真正的山脈和海岸線，看起來比較類似 a 介於1和0.5之間的情形，因此維度 D 是在1和2之間，是分數維度，換句話

說，山脈和海岸線看來像碎形。

這裡有件有趣的事：不只山脈和海岸線，世上其他一切東西幾乎也都是碎形。講得更明確一點，至少我們生活中會見到的許多複雜圖樣和模式，大致上都是碎形。在以後的章節中，我們會就經濟和社會領域提出具體的例子，但是現在，重點先放在一般日常生活，想想看有這種看起來「隨處可見」的模式，會有什麼影響。

參數 a 的值介於 1 和 0.5 之間，也就代表著：產出時間序列大致上就落在介於完全有序 ($a = 1$) 和完全無序 ($a = 0.5$) 的中間地帶。但是究竟為什麼，我們的周遭有這麼多事物處在這種曖昧不明的地帶呢？

要回答這個問題，讓我們先用音樂做為例子。只要不是鋼琴家，很多人在鋼琴前面坐下來，彈的大概都是像「三隻盲鼠」(*Three Blind Mice*) 這種簡單的童謠。不過我敢打賭，大概沒什麼人會特地從網路下載這首曲子放在 MP3 裡，原因就在於，這首曲子實在很無聊。事實上，只要看一下圖 3.4 畫出的「三隻盲鼠」旋律圖形，就會發現這實在非常有秩序——有秩序到一點都不有趣。

我們聽到鋼琴彈奏的音樂時，這種圖形可以說就是音樂的產出時間序列；換句話說，若把音樂家和樂器看成一個系統，那麼音樂就是這個系統的產出時間序列。因此，要解釋為什麼像「三隻盲鼠」這樣的簡單曲子很無聊，可說是因為它的產出時間序列太過有秩序了。

相較之下，很多人會認為有趣的音樂（從巴哈等作曲家的古典樂，到現代爵士樂），結構就要複雜許多，有序程度大大降低，更能提供「驚喜」。確實，這類音樂如果呈現成如圖 3.4 的頁面，就會看到像碎形般的圖形，在模式中還有模式。

圖 3.4 下圖顯示的，其實是咆勃爵士和現代爵士樂傳奇人物查理·帕克 (Charlie Parker) 的一段薩克斯風獨奏。這段音樂的圖形可比「三隻盲鼠」複雜許多，具有模式中的模式，正如同前面所看到的、 a 介於 0.5 和 1 之間的碎形圖像一樣。但是事實也證明，如果音樂的形狀變得太雜亂（也就是 a 值太接近

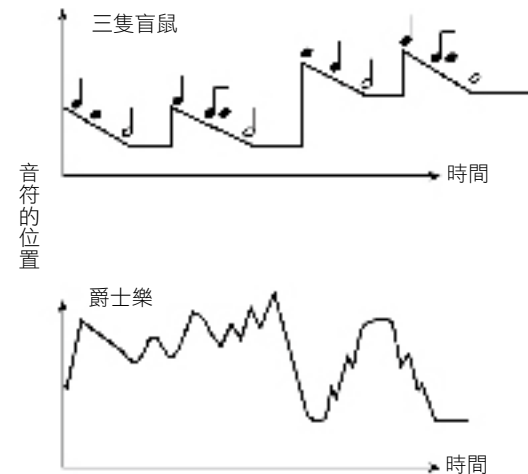


圖 3.4 音樂寫成樂譜或以樂器演奏時形成的圖形。上圖是「三隻盲鼠」，是一首非常有序、也因此很無聊的曲子。下圖是一段咆勃 (bebop) 風格的爵士樂獨奏，不那麼有序，但也因此比較有趣。

0.5，使得形狀看來起伏太大），聽起來就比較像是把音符隨機亂排，而無法形成美妙的音樂。

重點正在此：我們覺得有意思的音樂，必須既不太有序（像是「三隻盲鼠」的旋律）、也不能太混亂失序（就好像是丟銅板來決定音符高低）。至於其間的分界線究竟在哪，就是品味的問題了，或者我也敢說是道行高低的問題。但不論如何，總之我們就是喜歡音樂不要太有序、也不要太無序。事實上，也許我們還可以把「品味」做個分類，標準就是不同的 a 值，或是對應的碎形維度 D 的值，這樣一來，要幫別人挑張CD當生日禮物，也肯定會簡單一些。

除了旋律本身之外，音樂裡用到的延伸和弦（例如小六和弦 $m6$ ）、和弦進行，以及伴隨的打擊節奏，都能產生碎形。所以，即使有些音樂的旋律可能看來比較簡單，只要和弦結構或節奏部分有足夠的碎形，也可能同樣令人興味盎然。

繼續談到本節重點之前，我想再稍微提一下現代爵士樂。並不是每個人都喜歡現代爵士樂，但在所有不同風格的音樂中，我認為現代爵士樂最接近真實的複雜系統，也最能展現音樂的複雜性。想想第1章所討論到的複雜系統的關鍵要件，就會覺得這很有道理。

現代爵士樂需要一群個體（也就是爵士樂手）自發性的互動，由於是即興演出，因此會表現出令人意想不到的突現現象，每段獨奏都是樂手在當下對各種回饋訊息做出的回應。同時，這也是一個開放的系統，如果還能得到觀眾的回饋，就有

最精采的演出。甚至，這個系統也會有極端行為，像是整個樂團開始模仿其中一位獨奏樂手的語法，等於是形成群體效應，整個團體開始同步。尤其是，爵士樂團裡並沒有像是樂團指揮這種「看不見的手」在後面操縱，也沒有寫好的音樂旋律讓樂手們照譜演奏。相反的，每段獨奏都來自獨奏者腦海中的句型、動機與「裝飾樂節」、再以相當複雜的方式和原創樂念交織在一起，而這一切又建構在不受拘束的和弦進行基礎之上。

一個絕佳的例子就是布雷克兄弟的「*Heavy Metal Bebop*」這張專輯，特別是「*Some Skunk Funk*」這一曲。對我來說，這首曲子完全體現了複雜性的概念，而且如果你有機會看到麥克·布雷克在這一曲裡面次中音薩克斯風的抄譜，就會看到碎形在譜上歡樂起舞。然而，如果你想要聽些不那麼有壓迫感、也比較流行的音樂，可以參考比利喬（Billy Joel）的「*Just The Way You Are*」，聽聽裡面由菲爾·伍茲（Phil Woods）所吹奏的中音薩克斯風，感受一下。

我們喜歡碎形音樂，這件事本身就非常有趣，因為在大自然裡面，有很多東西不論在空間或時間上也都是碎形，就連我們自己的心跳，理論上好像應該很規律，但其實也是碎形。事實上，愈健康的心臟，愈可能出現碎形，因為這樣才能在原本規律的心跳上增加複雜性，讓身體能夠適應更多不同的情況。因此，我們的心臟可以說是一個複雜系統，會產生碎形的「產出時間序列」，也就是時間序列的碎形，而且心跳介於完全有序和完全無序之間，才會更有適應力。

這種「適應力就在於有序與無序之間」的概念，日常生活中也常常看得到。就像大家都知道，每天的行程不能排得太緊，否則出了個小差錯就可能卡死所有後續行程，而且，如果要應付突發事件，一定程度的靈活性也就非常重要。我們的心臟正是如此，而我們所喜愛的音樂也不例外。

正如先前所暗示過的，除了日常生活中時間序列的碎形，空間上也有許多碎形的例子。例如許多城市的天際線，以及許多山脈的稜線，基本上都是空間的碎形。我們的身邊之所以會有這麼多的空間碎形，其實並不難理解。大自然和社會的運作方式，就是會讓結果既不過於有序，也不能太無序。

就山脈的稜線而言，會讓某座山高低起伏的物理過程，應該同時也會影響到附近的山峰，因此，從這山頭到那山頭之間，可以看到一定的規律，形成的碎形正是 d 值介於0.5和1之間的情況。這種規律，也可以稱作是同一條山脈鄰近山峰之間的行為相關性，正如同產出時間序列中的規律，可當作是在兩個時間點的產出相關性。用這套術語來說，「三隻盲鼠」的旋律之所以無聊，就是因為彼此太過相關。

類似的論點拿來討論城市的天際線，也同樣成立，只要負責都市計畫的人沒有偷懶，任何一棟建築的高度或形狀，很有可能多少需要配合附近建築物的樣子。又由於碎形能夠滿足我們在美學上的感受（從音樂的例子可知），就不難想像，看來美麗的城市天際線也會屬於碎形。

即使是藝術本身，也屬於一種碎形——我們覺得最有趣的

藝術，都是介於全然有序和全然無序之間，換句話說，就是介於無聊透頂和完全不知所云之間。

因此，碎形的形狀其實是複雜系統相當普遍的特徵，碎形代表的是複雜系統相當常見的突現現象，是整個系統按著時間在絕對有序與絕對無序之間擺盪的結果。同樣的，複雜系統表現在空間上的形狀也介於這種中間地帶。

然而，複雜系統的表現並不是只有碎形。正如前面所看到的，複雜系統也會有週期性的行為，或是純靜態的行為。讓複雜系統真正複雜的，是它造成這些效應的方式，以及它要如何在這些不同的行為模式間轉換。因此，雖然大眾媒體有時候會說我們的生活「即將墮入混沌的深淵」，也有人說世界上一切都可以用碎形來解釋，但這些說法還是說得太以偏概全了。

3.6 我不留神的時候，會發生什麼事？

在後續章節，我們會集中討論真實世界裡的複雜系統，而不是像本章所用的簡化版。但在繼續下去之前，可以先來想想，我們究竟如何觀察複雜系統。

「觀察」是一個非常重要的問題，因為根據正統的科學研究方法，首先就是要觀察，然後做量測，再建立一套模型或理論，接著進行檢驗，看看與觀察結果是否相違。如果我們的觀察不正確，或是觀察方法無意間造成量測與推論上的偏差，麻

煩就大了。

一般會假定，觀察複雜系統的這項觀察行為本身，並不會影響我們對於所見事物的詮釋。但是，這可能會產生誤導。試想想以下兩個極端的例子。

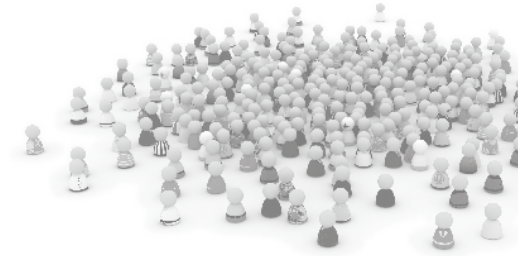
假設我們要調查，某個火車站的火車到站時間是否有任何模式。假定整個鐵路系統完全準點，但我們腦袋不太清楚，每天都在不同的時間觀察火車到站時間，也不知道確切的時刻表，這種觀察就可能會得到錯誤的結論，認為火車的到站時間完全不固定。

再舉第二個例子，假設我們採取定期觀察，而且觀察對象在受觀察的時候總是處於相同的形態。例如，假設有個孩子總是從晚上8點睡到早上6點，但白天卻會到處亂跑，而有一個外星人，只在晚上8點到早上6點之間造訪地球，且對人類的生活一無所知，於是就可能認為，人類過日子的方式一成不變，就是一一直在床上睡覺。

這兩個故事背後的道理就是：我們必須對於觀察的方式多加小心，一方面不能增加原本不存在的複雜性，另一方面也不能漏掉原本就存在的複雜性。這一點對於複雜學整體而言，是很重要的現實問題，對於本書後續會討論的一些應用而言，又特別有關連。

第4章

暴民心態



4.1 我是人，不是粒子

我們身邊的事物，像是交通、金融市場，甚至我們自己，往往都介於有序與失序之間，雖然偶爾會偏向其中一邊，但都能在沒有「看不見的手」或中央控制器的情況下，回歸原來的情況。這些突現現象正是複雜系統複雜之處，而在這些神奇現象背後的，就是反饋。

記憶，就是先前某個時點的資訊所帶來的反饋。反饋的形式還有很多，像是從其他地方傳來的資訊也是（例如知識淵博的朋友打手機來告訴你一些事情）。在第2章和第3章的辦公室歸檔例子裡，可以看到只要透過單一個體（也就是實習生），就能為整個歸檔系統引進反饋機制。

然而，複雜系統裡會有許多個體，而在任何特定的時刻，每個個體都可能給予或接收各種形式的反饋。而且，在真實世